

# Adquirir ou Não um Sobressalente?

Rui Assis  
Engenheiro Mecânico IST  
[rassis@netcabo.pt](mailto:rassis@netcabo.pt)

Comunicação no 1º Encontro Nacional de Riscos, Segurança e  
Fiabilidade / Lisboa, Maio 05

## Resumo

Os fabricantes de equipamentos propõem frequentemente fornecer sobressalentes de preço elevado para *backup* dos seu homólogos montados naqueles. A dúvida surge sobre qual das alternativas eleger: 1) adquirir e manter um sobressalente caro, o qual só se tornará necessário se uma falha casual ocorrer (erro de operador, erro de um técnico de manutenção, desastre natural, etc.) ou 2) não o adquirir e sofrer as consequências da espera pelo seu fornecimento urgente na eventualidade de uma falha, a qual poderá ocorrer em qualquer momento até ao fim da vida útil do equipamento? Descreve-se como analisar a viabilidade económica de uma e outra alternativa. Mostra-se como equacionar e resolver o problema de forma analítica e determinística, combinando a engenharia da fiabilidade com o cálculo financeiro. Introduce-se depois o conceito de incerteza na estimação dos valores de duas das variáveis, o que transforma a natureza do problema em estocástica. Só a construção de um modelo de simulação numérica pelo método de Monte-Carlo vai permitir encontrar uma solução depois do necessário tratamento estatístico. É este o objectivo deste trabalho: mostrar as vantagens das técnicas de simulação em computador em relação aos métodos analíticos, na representação de modelos de gestão mais próximos da realidade.

## 1 Introdução

Com frequência as empresas deparam-se com o dilema de aprovar (ou não) a aquisição, juntamente com um equipamento, de um conjunto de peças de substituição propostas pelo fornecedor daquele. Se a empresa dispuser de um serviço de manutenção devidamente dimensionado, organizado e documentado, adiará para as vésperas de uma intervenção preventiva (sistemática ou condicionada) a encomenda ao fornecedor daquelas peças. Porém, sempre acontece que algumas destas peças irão falhar antes das datas planeadas de intervenção preventiva, devido a modos de falha casuais – a maior parte das vezes originadas por erros de operação – pelo que se torna necessário manter algumas unidades destas peças em reserva.

Porém, quando o componente apresenta uma taxa de falhas muito reduzida – da ordem de uma unidade em dois, três ou mais anos –, o cálculo da quantidade necessária manter em *stock*, pela aproximação da procura a uma distribuição de probabilidade discreta de *Poisson* e tendo em conta somente o nível de serviço, conduz frequentemente ao resultado zero. É este o caso dos sobressalentes (unidades compostas por vários elementos, por exemplo, um moto-redutor, um motor eléctrico, uma válvula motorizada, uma bomba hidráulica, um autómato, etc.). Acresce ainda o facto de estes representarem custos de posse elevados. Por outro lado, uma decisão a favor ou não do investimento num sobressalente tem repercussões no médio e longo prazo e, nestas circunstâncias, devemos considerar a perda de valor do dinheiro no tempo. Quando um sobressalente é muito caro e a probabilidade de vir a ser necessário é reconhecidamente baixa, a decisão de adquirir e manter uma unidade em *stock* durante anos deve depender do resultado de uma análise económica prévia.

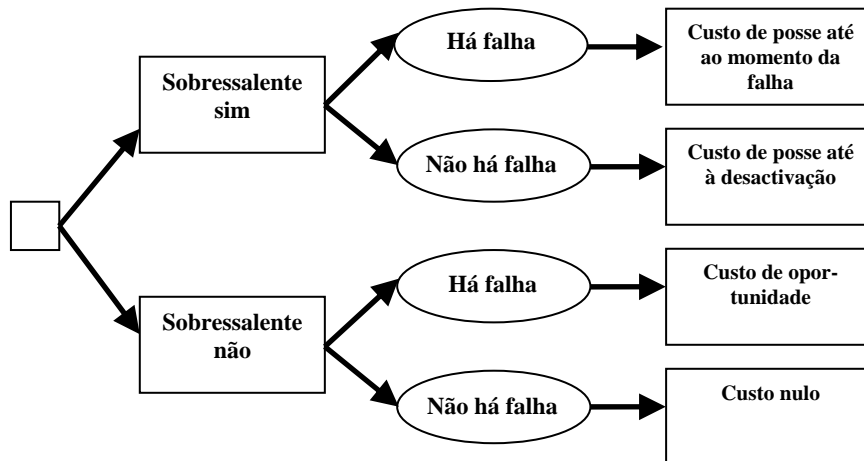
Nesta análise, procuramos conhecer o custo acumulado de posse ao longo do tempo e o custo das consequências de uma falha (no caso de o sobressalente não existir na empresa e ter de ser encomendado sobre o acontecimento) ponderado com a probabilidade de esta ocorrer – o chamado “risco” (risco é, mais correctamente, o produto da probabilidade de algo indesejável acontecer pelas consequências resultantes).

## 2 Método analítico de resolução

A análise que se segue equaciona apenas a eventual aquisição de um único sobressalente, no pressuposto de que, se concluirmos que a sua aquisição não se justifica, com maior força de razão não se justificará adquirir mais do que uma unidade. Por outro lado, se concluirmos pelo oposto, então, continuará a justificar-se optarmos por apenas uma unidade, já que, quando ocorrer uma falha, tornaremos a realizar exactamente a mesma análise que seguidamente se descreve.

Existem assim duas alternativas de decisão: “Sobressalente sim” (SS) e “Sobressalente não” (SN). As consequências de uma e da outra decisão podem ser esquematizadas da forma que a Figura 1 mostra.

*Figura 1 – Alternativas de decisão, acaso e consequências*



De forma mais detalhada teremos:

“Sobressalente sim” (SS):

- ou se verifica uma falha durante a vida útil e incorremos num custo de posse do sobressalente acumulado até então  $t_n$ ;
- ou não se verifica uma falha durante a vida útil e incorremos num custo de posse do sobressalente acumulado até ao fim da vida útil do equipamento  $t_N$ ;

“Sobressalente não” (SN):

- ou se verifica uma falha durante a vida útil e incorremos num custo de oportunidade em consequência da não existência do sobressalente nesse momento  $t_n$ ;
- ou não se verifica uma falha durante a vida útil  $t_N$  e o custo é nulo.

Optámos pela análise a preços correntes [2] de forma a podermos comparar o custo de posse acumulado até à data em que o sobressalente será eventualmente necessário (na alternativa SS) com o custo consequente da não disponibilidade imediata do sobressalente na eventualidade de vir, de facto, a ser necessário (na alternativa SN). O custo directo da intervenção para substituição do órgão falhado pelo sobressalente é desprezado na análise, pois é igual em ambas as alternativas de decisão.

Por outro lado, em lugar de desenvolvermos uma função contínua descritora de cada um destes custos ao longo do tempo, optámos por um método discreto facilmente programável numa folha de cálculo sob a forma de uma tabela. Assim, começamos por definir

um conjunto  $N$  de intervalos de classe com igual amplitude do tempo de vida possível ( $t_n - t_{n-1}$ ) do órgão em serviço, o qual poderá falhar um dia, sendo, nesta circunstância, imediatamente substituído pelo sobressalente. A cada um destes intervalos do tempo de vida corresponde um intervalo de probabilidades de falha ( $F_n - F_{n-1}$ ), em que  $F = e^{-\lambda t}$ , de acordo com uma função *Exponencial negativa* de parâmetro  $\lambda$  (taxa média de falhas). Esta expressão traduz a probabilidade acumulada de falha (por causas imprevistas) até ao momento  $t$ .

Sendo  $I_s$  o custo de aquisição do sobressalente,  $i$  a taxa do custo de oportunidade do capital imobilizado da empresa e  $j$  a taxa do custo de armazenagem [1] do sobressalente, ambos durante um ano, o custo da alternativa SS será igual apenas ao custo de posse  $C_p$ , já que ocorrendo uma falha, o sobressalente irá substituir o componente falhado. Este custo de posse é calculado pela Expressão 1 e decorre do raciocínio ilustrado atrás na Figura 1.

$$C_p = I_s \cdot \sum_1^N (F_n - F_{n-1}) \cdot \left[ (1 + i + j)^{t_n} - 1 \right] + I_s \cdot (1 - F_N) \cdot \left[ (1 + i + j)^{t_N} - 1 \right] \quad (1)$$

Em que  $n$  representa o número crescente de intervalos de tempo na posse do sobressalente, e  $N$  o número máximo de intervalos de tempo correspondente à vida útil prevista do equipamento ao qual o sobressalente pertence. Teremos assim,  $1 \leq n \leq N$ .

Notar que, na Expressão 1, a segunda parcela corresponde à ponderação do custo de posse acumulado até  $t_N$  pela probabilidade  $(1 - F_N)$  de se atingir este momento sem que o órgão tenha falhado.

Sendo  $C_o$  o custo de oportunidade originado pelas consequências de uma falha a preços de hoje, o custo da alternativa SN  $C_f$  será igual apenas a  $C_o$  capitalizado à taxa  $i$  até ao intervalo de tempo de vida  $N$ , já que o sobressalente, não existindo, não originou custos de posse. Este custo de oportunidade  $C_f$  originado pelas consequências da eventual falha é calculado pela Expressão 2.

$$C_f = C_o \cdot \sum_1^N (F_n - F_{n-1}) \cdot (1 + i)^{t_n} \quad (2)$$

Como nestas expressões é normal expressar  $t$  em horas, teremos de converter  $i$  e  $j$  também em horas [2]. Sendo  $i_n$  e  $j_n$  as taxas anuais, convertemos estas em taxas noutra base temporal (fracção  $t_n$  do ano), fazendo:

$$i = (1 + i_n)^{1/m} - 1 \quad (3)$$

$$j = (1 + i_n + j_n)^{1/m} - 1 \quad (4)$$

Vejamus um exemplo de aplicação.

### 3 Exemplo de aplicação

Uma empresa pretende adquirir um equipamento de produção e está na dúvida se deve ou não adquirir também um sobressalente (para *backup* de um determinado órgão crítico), o qual foi proposto pelo fornecedor daquele.

A preocupação da empresa é apenas de natureza económica e fundamenta-se no elevado custo de aquisição do sobressalente. Para decidir, a empresa coligiu os seguintes dados:

- Vida útil prevista do equipamento: 3 anos;
- Regime normal de funcionamento: 1.850 horas/ano;
- Taxa de falhas (casuais) do órgão:  $\lambda = 0,00025$  falhas/hora;
- Custo de aquisição do sobressalente:  $I_s = 7.000$  €;
- Custo de oportunidade (a preços de hoje) devido às consequências de uma falha aleatória na inexistência do sobressalente:  $C_o = 3.000$  €;
- Taxa de custo de oportunidade do capital da empresa:  $i = 15\% .ano$ ;
- Taxa de custo de armazenagem do órgão:  $j = 10\% .ano$

Teremos assim duas alternativas em apreciação:

- Alternativa SS, na qual adquirimos o sobressalente juntamente com o equipamento. O sobressalente será guardado em armazém até ao dia em que irá substituir o órgão entretanto avariado, originando apenas custos de posse;
- Alternativa SN, na qual só adquiriremos o sobressalente no dia em que ocorrer a falha, originando custos de oportunidade em consequência da espera pela entrega do sobressalente.

#### 3.1 Resolução

Começamos por converter  $i$  e  $j$  em horas pelas Expressões 3 e 4, fazendo:

$$i = (1 + 0,15 + 0,10)^{1/1.850} - 1 = 0,012\% .hora$$

$$j = (1 + 0,15)^{1/1.850} - 1 = 0,008\% .hora$$

Construímos depois um quadro com, por exemplo, 50 linhas, isto é  $N = 50$  ou, 50 intervalos de tempo de vida. Como a vida restante prevista do equipamento é de 3 anos x 1.850 horas/ano = 5.550 horas, obtemos  $5.550 / 50 = 111$  horas como amplitude de cada intervalo de tempo  $n$ . O resultado pode ser observado no Quadro 1 adiante. Notar que na terceira coluna deste quadro,  $F(t)$  é representada por uma função de probabilidade exponencial negativa, a qual descreve apropriadamente o comportamento em falha de um órgão por causas fortuitas (devidas ao acaso).

O valor esperado do custo de posse é igual a  $C_p = 3.390$  € e encontra-se na última linha da quinta coluna do Quadro 1, tendo resultado da Expressão 1.

$$7.000 \times \sum_{n=1}^{50} (F_n - F_{n-1}) \cdot \left[ (1 + 0,00012)^{t_n} - 1 \right] = 1.724 \text{ €}$$

$$7.000 \times (1 - 0,750301) \times \left[ (1 + 0,00012)^{5.550} - 1 \right] = 1.666 \text{ €}$$

O valor esperado do custo da falha é igual a  $C_f = 2.678 \text{ €}$  e encontra-se na última linha da sétima coluna do Quadro 1, tendo resultado da Expressão 2.

Como o custo das consequências da falha  $C_f = 2.678 \text{ €}$  é inferior ao custo de posse  $C_p = 3.390 \text{ €}$  a alternativa SN é a mais económica, isto é, na perspectiva estritamente económica, não vale a pena adquirir o sobressalente em causa juntamente com o equipamento. A alternativa SN é melhor do que a alternativa SS  $(2.678 - 3.390) / 3.390 \times 100 = -21\%$ .

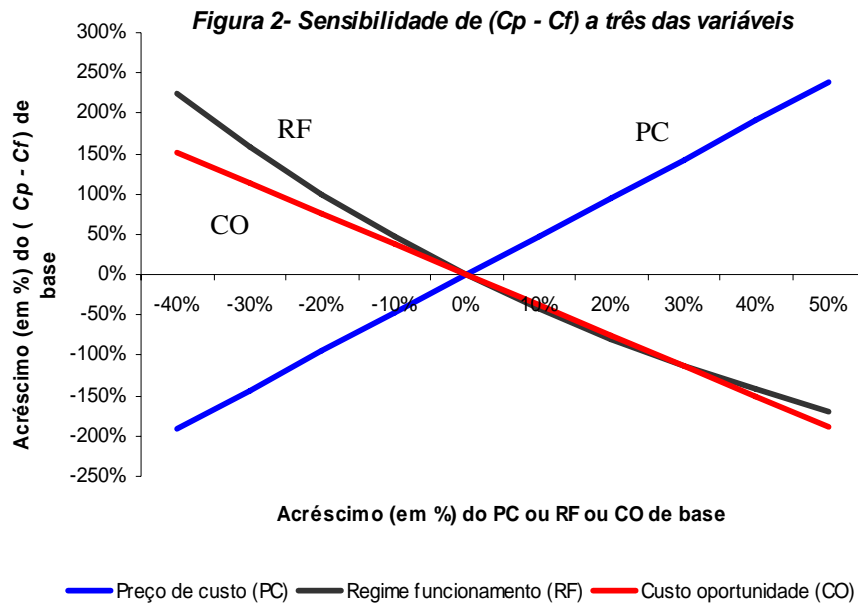
*Quadro 1 – Custo de posse, custo de falha e custo total*

Intervalo ordem $n$	Vida $t$ (horas)	$F(t)$	Custo de posse $C_p$		Custo da falha $C_f$	
			No intervalo	Acumulado	No intervalo	Acumulado
0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	111	0,027369	2,58	94,35	82,80	82,80
2	222	0,053988	5,06	187,36	81,21	164,01
3	333	0,079879	7,43	279,03	79,65	243,66
4	444	0,105061	9,70	369,41	78,12	321,78
5	555	0,129554	11,87	458,49	76,63	398,41
6	666	0,153377	13,95	546,30	75,16	473,56
7	777	0,176548	15,94	632,86	73,71	547,28
8	888	0,199085	17,84	718,19	72,30	619,58
9	999	0,221004	19,65	802,30	70,91	690,49
10	1.110	0,242324	21,38	885,21	69,55	760,05
.	.	.	.	.	.	.
45	4.995	0,713137	46,71	3.149,70	35,32	2.511,07
46	5.106	0,720988	46,78	3.199,14	34,64	2.545,71
47	5.217	0,728624	46,84	3.247,87	33,98	2.579,69
48	5.328	0,736051	46,87	3.295,91	33,32	2.613,01
49	5.439	0,743275	46,88	3.343,27	32,68	2.645,69
50	5.550	0,750301	46,88	<b>3.389,95</b>	32,06	<b>2.677,75</b>

### 3.2 Análise de sensibilidade

De acordo com as boas práticas de um processo de apoio à decisão [2], procedemos seguidamente à análise da sensibilidade de algumas das variáveis (as que assumem valores mais susceptíveis de se alterar) no resultado final. A Figura 2 mostra o resultado desta análise a três das variáveis:

- Preço de custo do sobressalente (PC);
- Regime de funcionamento do equipamento (RF);
- Custo de oportunidade em consequência da eventual falha (CO).



Nesta figura, podemos notar a sensibilidade de forma linear e positiva do preço de custo PC, linear e negativa do custo de oportunidade CO e côncava e negativa do regime de funcionamento RF. Por exemplo, se o preço de custo do sobressalente aumentar 20% (de 7000 para 8.400 €), a diferença  $(C_p - C_f)$  aumenta 95% (de 712 para 1.390 €) – resultado que reforça a decisão pela alternativa SN –, ou se o regime de funcionamento aumentar 20% (de 1.850 para 2.220 horas/ano), a diferença  $(C_p - C_f)$  diminui 79% (de 712 para 149 €) – resultado que enfraquece a decisão pela alternativa SN –, ou ainda, se o custo de oportunidade aumentar 20% (de 3.000 para 3.600 €), a diferença  $(C_p - C_f)$  diminui 75% (de 712 para 177 €) – resultado que também enfraquece a decisão pela alternativa SN.

Em particular, será interessante determinar os pontos de indiferença económica entre as duas alternativas para cada uma daquelas variáveis, isto é, os pontos em que os custos das duas alternativas de decisão  $C_p$  e  $C_f$  se igualam. Estes pontos podem ser determinados por tentativa-erro ou com o apoio do MS-Excel e a opção *Goal Seek*, resultando:

- um preço de custo limite do sobressalente de 5.529 € (abaixo deste valor já se justificaria a aquisição do sobressalente);
- um regime de funcionamento de 2.334 horas/ano (acima deste valor já se justificaria a aquisição do sobressalente);
- um custo actual das consequências da falha de 3.798 (acima deste valor já se justificaria a aquisição do sobressalente).

As Figuras 3, 4 e 5 ilustram estes pontos de indiferença sob a forma gráfica.

Figura 3 - Sensibilidade dos custos de posse e da falha ao custo de aquisição do sobressalente

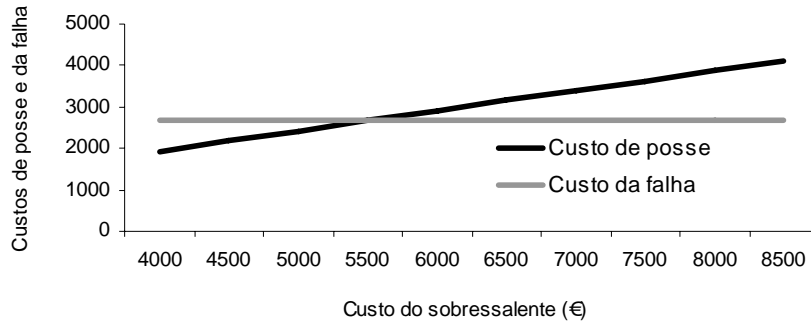


Figura 4 - Sensibilidade dos custos de posse e da falha ao regime de funcionamento

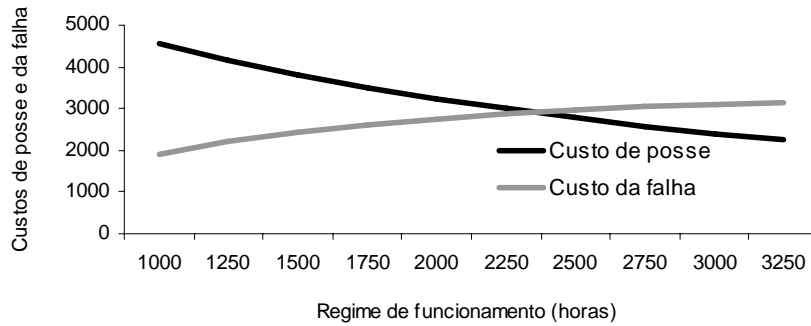
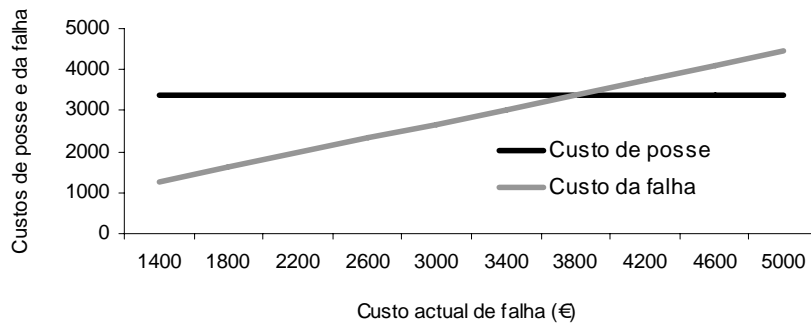


Figura 5 - Sensibilidade dos custos de posse e da falha ao custo actual de falha



### 3.3 Variante do caso

A análise anterior não teve em conta a possibilidade de os valores das variáveis poderem afinal assumir outros valores. Com efeito, algumas das variáveis são, por natureza, bastante difíceis de estimar pois comportar-se-ão de forma aleatória, já que não serão controláveis. Estão neste caso o custo da consequência de uma falha, na circunstância da inexistência de um sobressalente e o tempo de vida útil prevista do equipamento, ao qual o sobressalente pertence.

O modo de abordar um problema desta natureza consiste em criar em computador um modelo de simulação do sistema cujo comportamento pretendemos analisar [4]. O modelo é depois validado, isto é, deve devolver os mesmos resultados que os obtidos pelo método analítico – quando tal método existe. O modelo será depois corrido um número suficiente de vezes, de modo a conseguirmos um nível aceitável de significância estatística. Por último, tratamos os resultados obtidos nas várias iterações em frequência [3] e determinamos o valor esperado de cada uma das duas alternativas e, complementarmente, a probabilidade de uma e de outra se tornarem a melhor alternativa (a de menor custo). Podemos assim optar pela alternativa que apresenta o menor custo esperado mas simultaneamente ficamos a conhecer a probabilidade (vulgo risco) de esta vir afinal a revelar-se a pior.

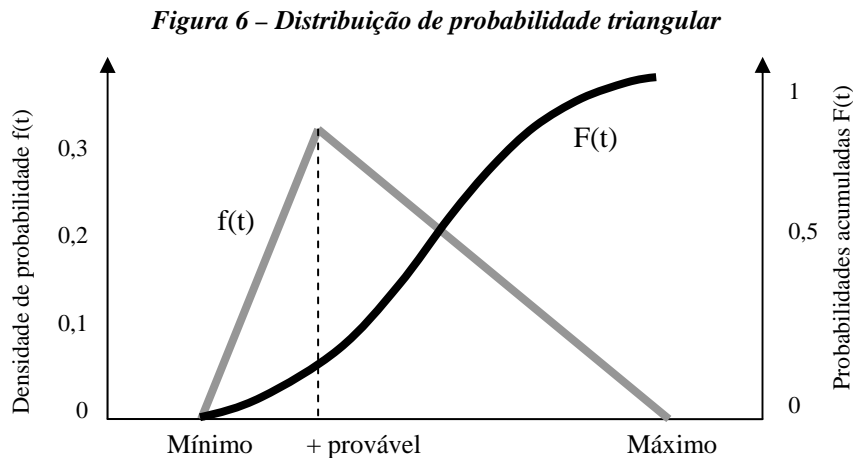
Se o risco for considerado demasiado elevado, o decisor poderá considerar adequado aprofundar mais o estudo de forma a diminuir o grau de incerteza das variáveis aleatórias ou mesmo, quando a diferença entre os dois valores esperados for reduzida, decidir pela outra alternativa.

Suponhamos que, no caso visto anteriormente, o custo da consequência de uma falha na circunstância da inexistência do sobressalente e o tempo de vida útil prevista do equipamento ao qual o sobressalente pertence, foram estimados da seguinte forma (notar que os valores mais prováveis são os mesmos considerados no modelo determinístico visto anteriormente):

*Quadro 1 – Valores estimados de duas das variáveis*

Variáveis	Valor pessimista	Valor + provável	Valor optimista
Custo da falha	4.000	3.000	2.500
Vida útil equipam.	5.000	5.550	6.200

Construímos um modelo de simulação numérica no MS-EXCEL e representámos o comportamento destas duas variáveis aleatórias por distribuições de probabilidade triangulares [1] e [4], cujos parâmetros são precisamente aqueles que se descrevem no Quadro 1. A Figura 6 ilustra esta distribuição, a qual é bastante adequada à descrição da natureza destas duas variáveis.



Validámos depois o modelo, isto é, confirmámos que, igualando os valores pessimista, mais provável e optimista de cada uma destas duas variáveis e correndo o modelo, obtínhamos exactamente o mesmo valor da diferença ( $C_p - C_f$ ) da versão de base, isto  $3.390 - 2.678 = 712$  €

Com os novos valores das duas variáveis aleatórias conforme o Quadro 1 e após 5.000 corridas, obtivemos um valor esperado da diferença ( $C_p - C_f$ ) = 347 € com um erro amostral de 21,51% para um nível de confiança de 95%.

Os Quadros 2 e 3 adiante mostram os resultados de duas destas corridas:

- No Quadro 2, podemos constatar que uma falha ocorreu às 2.055 horas de vida do equipamento e que, no caso de existir o sobressalente, o custo de posse totalizou 1.907 € e que, no caso de não existir o sobressalente, o custo da consequência da falha foi de 3.962 €. Neste caso, como  $(C_p - C_f) < 0$ , a aquisição do sobressalente seria aconselhada;
- No Quadro 3, podemos constatar que uma falha ocorreu às 4.634 horas de vida do equipamento e que, no caso de existir o sobressalente, o custo de posse totalizou 5.149 € e que, no caso de não existir o sobressalente, o custo da consequência da falha foi de 4.410 €. Neste caso, como  $(C_p - C_f) > 0$ , a aquisição do sobressalente seria desaconselhada.

Quadro 2 – Resultados obtidos em 10 iterações de uma das corridas do simulador

Totais =						
Ordem	Vida	Média intervalo	F( $\Delta t$   t)	$C_p$	$C_f$	$C_p - C_f$
15	1.712	1.655	0,348253763	0	0	0
16	1.827	1.769	0,366591674	0	0	0
17	1.941	1.884	0,384413619	0	0	0
18	2.055	1.998	0,401734115	1.907	3.962	-2.055
19	2.169	2.112	0,418567272	0	0	0
20	2.283	2.226	0,434926801	0	0	0
21	2.397	2.340	0,450826029	0	0	0
22	2.512	2.454	0,466277907	0	0	0
23	2.626	2.569	0,481295022	0	0	0
24	2.740	2.683	0,495889606	0	0	0
25	2.854	2.797	0,510073549	0	0	0

Quadro 3 – Resultados obtidos em 10 iterações de uma das corridas do simulador

Totais =						
Ordem	Vida	Média intervalo	F( $\Delta t$   t)	$C_p$	$C_f$	$C_p - C_f$
35	4.383	4.321	0,665744631	0	0	0
36	4.509	4.446	0,676048025	0	0	0
37	4.634	4.571	0,686033818	5.149	4.410	740
38	4.759	4.697	0,6957118	0	0	0
39	4.884	4.822	0,705091459	0	0	0
40	5.010	4.947	0,71418199	0	0	0
41	5.135	5.072	0,722992307	0	0	0
42	5.260	5.197	0,731531046	0	0	0
43	5.385	5.323	0,73980658	0	0	0
44	5.511	5.448	0,74782702	0	0	0
45	5.636	5.573	0,755600232	0	0	0

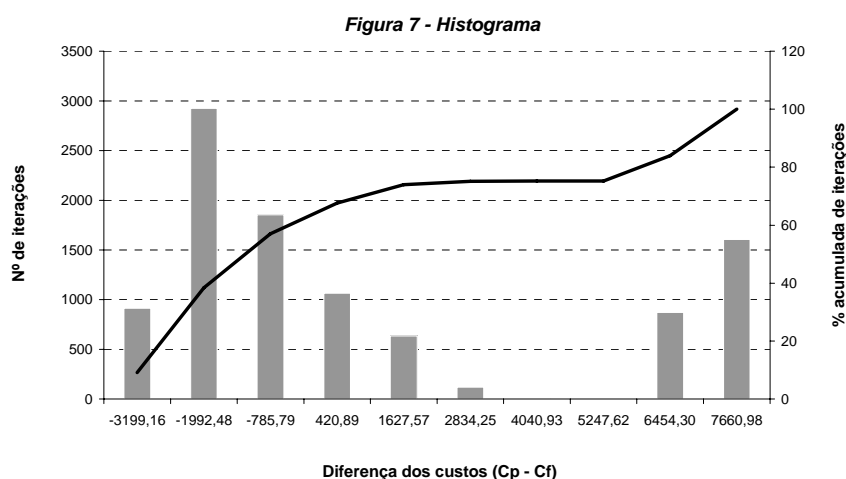
Tratámos depois os resultados das 5.000 corridas em frequência [3] e obtivemos o Quadro 4 e o Histograma da Figura 7 adiante.

Após a análise destes resultados, concluímos que a probabilidade de  $(C_p - C_f)$  ser superior a 0 é de apenas 0,36. Isto é, apesar de termos obtido um valor esperado da diferença  $(C_p - C_f) > 0$  – o que aconselhava a selecção da alternativa SN –, a probabilidade de esta conclusão se inverter é muito elevada ( $1 - 0,36 = 0,64$ ).

A constatação deste facto deve levar o decisor a ponderar seriamente se SN deve, de facto, ser a alternativa a privilegiar. Nestes casos, a análise multicritério das duas alternativas seria apropriada já que permitiria clarificar as vantagens e desvantagens de cada uma delas, para além do critério economia.

Quadro 4 – Diferença dos custos ( $C_p - C_f$ )

$(C_p - C_f)$	$f(i)$	$f(i)\%$	$F(i)$	$F(i)\%$
-2725,39	769	15,38	769	15,38
-1512,54	1413	28,26	2182	43,64
-299,69	823	16,46	3005	60,1
913,16	497	9,94	3502	70,04
2126,01	255	5,1	3757	75,14
3338,86	53	1,06	3810	76,2
4551,71	3	0,06	3813	76,26
5764,57	1	0,02	3814	76,28
6977,42	773	15,46	4587	91,74
8190,27	413	8,26	5000	100



Será interessante notar que, se o equipamento já não fosse novo – digamos que já funcionava há 2.500 horas – e estivéssemos mesmo assim a ponderar a aquisição do sobressalente, poderíamos correr o simulador e obter uma resposta. Neste caso, o valor esperado de  $(C_p - C_f)$  seria ainda maior do que 0, mas a probabilidade de tal facto aumentaria agora de 0,36 para 0,46. De notar ainda que este novo resultado teve em conta as probabilidades condicionadas de falha, isto é, condicionadas ao facto de o órgão ter sobrevivido até às 2.500 horas.

Neste caso, como o modo de falha é casual, a função de probabilidade de falha é uma exponencial negativa, a qual não possui “memória”. Se o modo de falha fosse antes de degradação, a sua função representativa seria uma *Weibull* com um parâmetro de forma superior a 1, o que aumentaria os valores de probabilidade condicionada de falha  $F(\Delta t|t)$  para as mesmas extensões de vida [1]. Estes valores são calculados na quarta coluna dos Quadros 2 e 3 anteriores.

### 3.4 Conclusões

Analisámos um caso de gestão em engenharia da manutenção para cuja solução foi necessário combinar técnicas sobre os temas da 1) fiabilidade, 2) cálculo financeiro, 3) estatística e 4) simulação. Vimos como equacionar um problema de natureza estocástica, de modo a determinar o “risco” (probabilidade) de uma qualquer expectativa afinal não se concretizar. Vimos também como fazê-lo, recorrendo não a *software* específico mas a uma folha de cálculo (MS-EXCEL no caso presente). O MS-EXCEL pode apoiar processos de decisão complexos, pois é uma ferramenta extremamente potente e subaproveitada nas suas capacidades pela grande maioria dos seus utilizadores.

### Referências

- [1] ASSIS, Rui, *Apoio à Decisão em Gestão da Manutenção*, LIDEL, Lisboa, 2004.
- [2] CANADA, John R., William Sullivan, John A. White, *Capital Investment Analysis for Engineering and Management*, Prentice Hall, Inc., New Jersey 1996
- [3] GUIMARÃES, Rui Campos e Cabral, José A. Sarsfield, *Estatística*, Mc Graw Hill de Portugal, Lisboa, 1997
- [4] LAW, Averill M. e Kelton, W. David, *Simulation Modelling and Analysis*, McGraw-Hill International Series, Boston, 2000